多属性効用分析における部分情報下のスケール定数の決定ーエントロピー最大化モデルに基づいてー

朴, 時炫

平成四年六月一日発行（毎月一日一回発行）

經濟論叢

第149巻　第4·5·6号

平成4年4·5·6月

京都大學經濟學會

経済論叢（京都大学）第149巻第4・5・6号，1992年4・5・6月

多属性効用分析における部分情報下のスケール定数の決定

——エントロピー最大化モデルに基づいて——

朴　　時　炫

I はじめに

キーニィら（〔6〕）によって開発された多属性効用分析は，対象となるシステムをフォン・ノイマン＝モルゲンシュテルンの基数的効用関数型に基づき，各属性に関する個別的な効用関数を同定し，それに決定されたスケール定数を用いて重みを付け，多属性効用関数として評価することである。

この過程におけるスケール定数 k の決定は，3つのステップで行われる。第1ステップは属性の間の選好順序を定めることである。第2ステップは，2属性間の「無差別実験」によってスケール定数間の相対比率を求める。すなわち，各属性の中で，もっとも選好される属性 x_s をベースとしてとり，他の属性 x_i, $i=1, \ldots, n$, $i \neq s$, との間の，各々の2属性の組のトレード・オフ値を決定する。このような「無差別実験」は，「ある属性 x_i の値を最良値（x_{i1}）から最悪値（x_{i0}）にもって行くためには，それと引き換えにもっとも選好される（重要視される）属性 x_s の値をどれだけ放棄することができるであろうか？」という質問にこたえる形で進められる。このような「無差別実験」によって，スケール定数間の相対比率 k_i/k_s が求められる。第3ステップは，もっとも選好される（重要視される）属性 x_s に対するスケール定数 k_s の絶対値を決定する。このためには，一方においてもっとも選好された属性 x_s の値をもっとも良い水準に，他のすべての属性 x_i の値をもっとも悪い水準にとるような確実事象（x_{s1}, x_{s0}）を考え，他方では，確率 π_s をもってすべての属性の値を最良値に

とり，確率 $1-\pi_s$ をもってすべての属性の値が最悪になるような「くじ」を想定する。この両者を無差別にするような確率 π_s を評価することによって，k が求められる。この過程を「π-確率実験」というが，こうして k_s が求められると，全てのスケール定数 k_i, . . . , n, $i \neq s$, の数値が全部決定されることになる（瀬尾〔14〕第4章)。

このようにしてスケール定数を求める方法を，以下ではトレード・オフ法と呼ぶことにしよう。

ところで，現実の意志決定問題において，トレード・オフ法にしたがって，スケール定数を求めようとすると，次のような問題に直面する。

まず，情報の部分性である。トレード・オフ法は，属性間の完全な順序づけのもとで行われる。2属性間の無差別実験においても，属性の極端なレベル，すなわち x_{i0} や x_{i1} を用いることである。さらに π-確率実験についても，すべてのm属性を変化させることによる影響を考慮しなければならない。

これらは，意志決定者が全ての属性に対して，完全な情報をもち，首尾一貫した選好判断を下すことができるということを，暗黙の内に前提にすることである。しかし，一般的に，意志決定者が，全ての属性間の完全な選好順序や極端なレベル意味ないし選好や全属性の変化による選好の変化などを矛盾なく正確に判断することは非常に難しいことである。というのは，まず必要な情報を完全に得ることも困難なことであり，情報が得られるとしても，その情報の認識能力には限界があるからである。さらに，それができるとしても，かなりの時間と費用のため，非現実的なことである。

次は，意志決定の多様性に関わる問題である。もともとキーニィらの多属性効用分析は，単一意志決定者を前提にしている。しかし，地域政策のような公共部分における意志決定は多数によって行われるのが一般的なことである。その場合，ある個人が評価した特定のスケール定数に対して，他の人の完全な同意を期待するのは無理である。すなわち，多数の人からなる集団意志決定においては，たとえ，部分的な選好判断については同意を得ることができるかもし

れないが，すべての，選好判断に対して，完全な妥協に到達するのは不可能であるだろう。

このように，意志決定環境に情報の部分性と評価の多様性が存在する場合，トレード・オフ法によってスケール定数を求めるのは非常に困難なことである。

したがってこのような場合，トレード・オフ法の代替案として，多属性効用分析に応用できるような方法の模索が必要となる。

以下では，情報の部分性ないし評価の多様性が存在する意志決定問題における多属性（あるいは多目的）効用分析の重み係数を求めるいくつかの方法について簡単に述べた後，次に，Barron and Schmidt（［1］，［2］）によって提案されたエントロピー最大化原理による重み係数の推定方法を取り上げ，その方法の多属性効用分析への応用について，考察していきたい。

II　部分情報ないし評価の多様性に基づいた重み係数の評価

まず，情報の部分性を考慮して重み係数を求める方法について検討してみよう。

この方法の1つとしては Charnetski（［3］）を挙げることができる。Charnetski によると，

$$U(a_k)=\sum_{j=1}^{n} w_j v_{kj} \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} w_j=1$$

ここで，$U(a_k)$：代替案 k の効用

w_j　：ある属性 j に対応する重み

v_{kj}　：代替案 k におけるある属性 j の効用値

のように，加法的に表現される意志決定問題を想定する。ここで，重みに対して意志決定者がもっている部分情報は $w_1,\dots,w_n$ に関する線形制約の集合として次のように表わされる。

$$W=\{w\in E^n\,|\,Aw\leqq b,\ w\geqq 0\} \tag{2}$$

ここで，wは各属性に対応するn行1列の重み係数ベクトルであり，Aはs行n列の制約係数行列である。また，bはs行1列の定数ベクトルである。式(2)において，$Aw \leqq b$ は重み係数の要素の間の部分的な相互関係を示しているから，それによって定義されるWは部分的な情報のもとで実行可能な重み係数ベクトルが属する集合を表している。すなわち，Wは部分情報からなる線形制約式によって囲まれた境界のある空間として考えられる。

このように表現される重み係数の集合のもとで，ある代替案iが最適になるためには，理想的には，上記のWの中でいかなる点wに対しても，次のような関係が成り立つことが必要である。

$$V_i w \geqq V_k w, \ \forall w \in W, \ k=1, \ldots, m \tag{3}$$

ここで，V_kは代替案kにおける各属性値の効用値，すなわち，$V_k=(v_{k1}, \ldots v_{kn})$，を表すベクトルである。

しかし，全てのwに対して式(3)を満足する代替案を想像することは難しいことである。それゆえ，現実的な意味での最適代替案は，Wからwを任意にとるとき，式(2)を満たすようなwの出現頻度が1番高いような代替案である。ゆえに，最適代替案を選択する過程は，このような相対頻度を計算する過程にほかならない。Charnetski は，このような相対頻度はモンテカルロ(MONTE CARLO) 方法によって計算できることを示した。

また，Kirkwood and Sarin ([7]) は，式(1)のような表現型をもつ加法型多属性評価関数において，重み係数についての情報が，完全順序，部分順序等のように順序尺度として与えられたとき，まず2つの代替案を1つの組として，その組の代替案に対する選好順序を付けた後，推移律に基づき，全ての代替案間の選好順序を導く方法を示した。

以上の Charnetski および Kirkwood and Sarin の方法は，重み係数を求めずに，与えられた部分情報から最適代替案を選択する方法に関することである。それに対して以下の2の方法は，部分情報下においても重み係数を求めるためのものである。

まず Stillwell, Seaver and Edwards ([15]) は，加法的な多属性効用測定 (additivity multiattribute utility measurement) 問題において，各属性についての情報が選好順位として与えられる場合，次のような簡単な式にしたがって，重み係数をづける方法を提示した。

順位合計法 (rank sum weights)

$$W_i=\frac{N-R_i+1}{\sum_{j=1}^{N}(N-R_j+1)} \tag{4}$$

逆順位法 (rank reciprocal weights)

$$W_i=\frac{1/R_i}{\sum_{j=1}^{N}(1/R_j)} \tag{5}$$

指数順位法 (rank expoxent weights)

$$W_i=\frac{(N-R_i+1)^z}{\sum_{j=1}^{N}(N-R_j+1)^z} \tag{6}$$

上記の式(4)，(5)，(6)において，W_i は属性 i の重み係数，R_i は，属性 i の選好順位，Nは属性の数を表している。また，式(6)の z は，第1位の属性に対して，意志決定者が評価した重み係数を表すパラメタである。

一方 Saaty ([12]) は，各属性の重みを正確な値にスケールすることが困難であるとき，2属性の組の相対的な重要度をいくつかのレベル（例えば，同じくらい重要であると1，若干重要であると3，……，絶対的に重要であると9のようにスケールされる）で表し，その結果から全体属性の重み係数を求める方法（いわゆる優先順位論）を提示した。さらに，この方法は Lootsma([9]) によって，多数の意志決定者による評価の多様性が存在する場合まで拡張されることになった[1]。

次に意志決定の多様性に基づいて重み係数を求める方法としては瀬尾ら ([13]) の研究がある。瀬尾らの基本的な考え方は，多属性効用分析に集団意

1) Saaty の優先順位論を拡大適用し，ファジィ集団多属性効用関数を同定しようとした試みについては，拙稿 ([11]) を参照せよ。

志決定のため生じる評価の多様性問題を考慮にいれ，集団の重み係数を求めようとすることである。つまり，多数の意志決定者が存在する集団意志決定問題において，各属性に関する選好順序に多様性が存在する場合，ファジィ選好関係理論を用いて，個人の選好順序から集団順序を導き，その順序に基づき，集団の重み係数を求める方法を示した。

以上においては，部分情報ないし評価の多様性が存在する場合，重み係数を求める方法について簡単に検討してみたが，これらとは別の方法として Barron and Schmidt が提案したエントロピー最大化モデルがある。以下では，それについて考察した後，その方法の多属性効用分析への適用方法について検討していきたい。

III　エントロピー最大化モデルと重み係数の評価

Barron and Schmidt (〔1〕,〔2〕) は，加法的多属性モデルにおいて，単一属性の価値は与えられているが，各属性に対する重み係数は特定化されていない場合，いかに最適代替案を選択するかに対して研究を行った。もともと，Barron and Schmidt は多属性価値関数の概念を使っているが，本稿では，多属性効用関数の概念に基づきそのモデルを説明していきたい。というのは，彼らの価値関数は Dyer and Sarin (〔4〕) によれば，ある条件の下では，効用関数と表現型が同じにできるからである[2)]。

まず，次のような加法的多属性効用関数を想定する。

$$U(X_i)=\sum_{j=1}^{n} w_j u_j(x_{ij}) \tag{7}$$

但し，X_i：i 代替案における各属性値のベクトル，$i=1, \ldots, m$

すなわち，$X_i=(x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{in})$

---

2) Dyer and Sarin は，確実事象に対する価値関数と不確実事象に対する効用関数との表現型が同じにできる条件を証明した。その証明によると，所要の属性 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，$n\geqq3$ に対して，全ての属性が相互選好独立である時，成り立つ加法的価値関数と，所要の「くじ」$x_1, x_2, \cdots, x_n$ に対して，全ての属性が効用独立であるとき成り立つ加法的効用関数とは同じく表現される(〔4〕)。

$u_j(x_{ij})$：代替案 i における単一属性効用関数，$0<u_j(x_{ij})<1$

w_j：属性 j の重み（スケール定数），$i=1, \ldots, n$

$w_j \geqq 0, j=1, \ldots, n$

$\sum_{j=1}^{n} w_j=1$

式(7)で，もし $u_j(x_{ij})$ を所与とすれば，分析の最終目的である最適代替案の選択は重み係数ベクトル w_j 値によって決定されるはずである。しかし，意志決定者が重み係数ベクトルについてはっきりした判断を下すことができない場合には，逆に，各々の代替案について意志決定者がもっている選好判断に基づいて，重み係数ベクトルを求める方法を考察することができる。

その方法として，以下のようなことを考える。

まず，n 個の属性からなる代替案の集合 $\{X_i\}$, $i=1, \ldots m$, 但し，$X_i=(x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{in})$，を考えよう。なお，初期に与えられたある重み係数ベクトルを $b=(b_1, \ldots, b_n)$ としよう。その b に対する最良の代替案を $X_b=(x_{b1}, x_{b2}, \ldots, x_{bn})$ とし，それに優越されない他の代替案を $X_i=(x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{in})$，$i\neq b$，を考えよう。ここで「優越されない」というのは代替案を構成する各属性値において優越されないということである。

代替案 X_b が b のもとに，その評価が最良の代替案であるのは，次の式が成り立つことである。

$$\sum_{j=1}^{n} b_j u_j(x_{bj}) \geqq \sum_{j=1}^{n} b_j u_j(x_{ij}), \qquad \forall i\neq b,\ i=1, \ldots, m \tag{8}$$

ところで，ある個人（あるいは集団）の意志決定者は，各属性の重みについては，いかなる情報ももってないが，代替案については，X_b より X_i を正の Δ だけの効用値をもち選好する場合があるだろう。ここで，正の Δ は意志決定者によって付与される数値である。

その場合，最初に与えられた任意の重み係数ベクトルのもとでは次の式

$$\sum_{j=1}^{n} b_j u_j(x_{ij}) - \sum_{j=1}^{n} b_j u_j(x_{bj}) = \Delta \tag{9}$$

は必ずしも成立しない。それゆえ，今度は逆に，X_i の多属性効用値が X_b の

それをΔだけ上回るような重み係数の集合を考える。

すなわち,

$$\sum_{j=1}^{n} w_j u_j(x_{ij}) - \sum_{j=1}^{n} w_j u_j(x_{bj}) = \Delta \qquad i \neq b,\ i=1,\ ...,\ m \qquad (10)$$

を満足するような重み係数ベクトルの集合を推計することである。その集合の中で,最初に与えられた任意の重み係数ベクトルに最も近いものを選び,それを $w^*=(w_1,\ w_2,\ ...,\ w_n)$ とする。それが,代替案に関する情報に基づいて,意志決定者が求めたい重み係数ベクトルである。

さて,全ての j に対して,$b_j=1/n$,つまり,全ての属性に対する重みは同等であると仮定すれば,上記の過程は,式(10)を満足しつつ,“ほぼ同等 (nearly equal)” であるような $w^*=(w_1,\ w_2,\ ...,\ w_n)$ をもとめることにほかならない。

ところで,“ほぼ同等”である重み係数は,エントロピー最大化モデルを応用して操作的に推計される。

エントロピー最大化モデルは,与えられた制約条件を満たすような確率分布のうち,一番エントロピーの大きいもの,換言すればあいまいさの大きい分布を推定する問題となる。すなわち,考えられ得る制約条件を全て満足してしまえば,そのもとでいちばん無秩序な分布を求める問題である(国沢〔8〕p. 75)。ここで,確率分布のうちエントロピーの最大のものは等確率分布である。等確率分布というのは,事象の実現に関して,なんらの情報がないからして,等確率とおかざるをえないとも考えられる。この意味でエントロピー最大という意味は情報ゼロということと同等である(国沢〔8〕p.)。

さて,式(7)のような加法型多属性意志決定問題において,$\sum_{j=1}^{n} w_j=1,\ w_j \geq 0,\ j=1,\ ...,\ n$,であるから,重み係数の分布は確率分布として考えることができる。その場合,等重み係数というのは,重み係数についてなんらの情報がないことを意味する。

それで,上記の“ほぼ同等”である重み係数を求めるのは,次のようなエントロピー最大化モデルを解くことにほかならない。

$$\text{maximize} \ -\sum_{j=1}^{n} w_j \log w_j \tag{11}$$

subject to

$$\sum_{j=1}^{n} w_j u_j(x_{ij}) - \sum_{j=1}^{n} w_j u_j(x_{bj}) = \Delta \tag{12}$$

$$\sum_{j=1}^{n} w_j = 1 \tag{13}$$

$$w_j \geqq 0,\ j=1,\ 2,\ \ldots,\ n \tag{14}$$

ここで，式(12)は2つの代替案に対して意志決定者がもっている選好判断である。つまり，Δは2代替案の組ごとに独立的に評価された定数である。また，式(13)は加法型を表わすための制約であり，式(14)は非負条件である。

上記のモデルで，もし式(12)の制約条件がない場合，式(11)の目的関数，すなわちエントロピーの最大値は，全てのjに対して $w_j=1/n$ であることである。すなわち，同等な重みは最大エントロピーの解となる。

それ故，求めたい重み係数は，式(12)，(13)，(14)のような制約条件を満足しつつ，式(11)を最大化するような非線形計画問題を解くことによって推計される。その解としての重み係数は，“ほぼ同等”であることが予想される。

こうして求められた重み係数を式(7)に代入することによって，最良代替案の選択が行われ，また代替案の選好順序が決定される。

さて，上記のエントロピー最大化モデルでは，初期に与えられた任意の重み計数が同等であると仮定されているが，事前的に，意想決定者が同等でない特定の重み計数ベクトルをもっている場合もあるだろう。この場合は，上記のエントロピー最大化モデルの目的関数式(11)を次のような最小自乗式に替えることによって，2次計画法というより一般的な非線形計画モデルになることもできる。

$$\text{minimize} \ \sum_{j=1}^{n} (w_j - b_j)^2 \tag{15}$$

式(15)における $b_j,\ j=1,\ 2,\ \ldots,\ n$ は意志決定者が主観的判断をもち，あらかじめ評価してみた「事前的重み係数」ともいえよう。この「事前的重み係

数」は新しい情報が追加されれば変更されるものである。つまり，「事前的重み係数」b_j, $j=1, 2, \ldots, n$ はもし式(12)—(14)のような制約式が追加されると，その制約式を満足しつつ，式(15)の目的関数を最小化するようなwに変更される。

以上が，Barron and Schmidt が提案した重み係数の推計方法の概要である。

ところで，(11)—(14)のエントロピー最大化モデルにおいては，制約条件として式(10)のような代替案に関する選好表明だけが取り上げられているが，その代わりに属性の重みに対して個人ないし集団の意志決定者がもっている情報を制約式に入れることによって，モデルを変更することができる。

例えば，1)　各属性の優先順位（$w_1 > w_2 > \ldots > w_n$），2)　結合優先順位（$w_1+w_2+w_3 > w_4 > w_n$），3)　ある属性に対する重みの範囲（$\alpha_i \leqq w_i \leqq \beta_i$, 但し，$\alpha_i$, β_i は定数），3)　ある属性に対する固定された重み（$w_i = \beta_i$）等を制約式に入れることができる。

このような重み係数についての情報をモデルに付け加えることによって，このモデルは多属性効用分析におけるトレード・オフ実験の代替的な方法として応用できる。というのは，第1節で述べたように，各々の属性に対する完全な情報の不足などによってトレード・オフ実験ができない場合，上記のモデルを応用することによって，その情報の量が多かれ少なかれ，得られる情報の範囲内でモデルをつくることができるからである。

また，評価の多様性が存在する集団多属性効用分析法においても，集団の重み係数を導くことができる。一般に多様な評価意見が存在する集団意志決定問題におけるありうる合意形成というのは，大筋の水準に留まる。それゆえ，その結果から得られる情報というのは，上で挙げているような部分的なものであると言える。それゆえ，このモデルを用いて，合意に達した情報の範囲内で，集団の重み係数が評価できる。

さらに，このモデルによると，対話的に重み係数を求めることができる。つまり，モデルの定式化から一挙に重み係数を評価し，それに基づいて最良の代

替案を選択するというような方式よりも，意志決定過程における情報量を追加あるいは更新しながら，モデルの定式化→重み係数の評価→制約条件の変更→重み係数の再評価→最適代替案の選択という過程を繰り返すことによって，評価内容を修正ないし改善していくことができる。

以下では事例研究を通じてこのモデルを地域分析に応用してみよう。

IV モデルの応用

1 問題の構造

以上で述べたエントロピー最大化モデルを，韓国の全南地域分析に応用してみよう。

全南地域は朝鮮半島の西南部に位置し，行政区域としては全羅南道と光州直轄市からなる。植民地時代から，国の食糧供給基地として位置付けられ，農業を中心とした1次産業が発達を遂げた一方で，工業開発は政策的に抑制されてきた。このため，現在この地域の所得水準は，韓国の他地域よりかなり劣悪な状態である。また，地域外への人口流出による絶対人口の減少，特に農村部の深刻な過疎化等を筆頭にさまざまな地域問題が起きている。

これらの問題に対応して，地域当局は，産業開発を中心とする地域開発政策を策定実行しようとする。この際，地域当局は，より効率的な開発のため，全南地域全体を産業構造の特性等を基準として，次のような3つの圏域に分割した。

光州圏：韓国屈指の農業地帯，繊維業，飲食料業を中心とする在来型工業地帯。

木浦圏：農業および漁業地帯。

麗順圏：漁業地帯および石油・化学製品業，第1次金属製品業を中心とする新興工業地帯。

このような圏域分類に基づき，地域当局が構想している産業ごとの開発政策の内容は以下である。

まず，農業開発政策は，主ポイントを農業機械化に置きながら，農業用水の開発，耕地整理の拡大等の農業生産基盤施設を拡充していくことである。

次に，漁業開発政策は漁船の動力化と漁港施設の拡充に主なポイントを置くことにする。また，新興工業地帯開発戦略は，麗川の石油・化学工団および光陽製鉄所の周辺に石油・化学および製鉄関連工業団地を造成することが主な内容である。次に，工業基盤造成戦略は，光州圏および木浦圏に立地している在来工業団地の拡充開発と，1市・郡当りに1カ所の農村工業団地を造成することである。

このような開発政策を同時に遂行することは困難である。何よりも，財源が限られているからである。

したがって，地域当局は，各圏域の産業構造，資源，住民の要求，また，地域当局の財政状態等を考慮して，向後5個年の間に実現可能な政策案として次のような5つの代替案を作成した。

I案：光州圏および木浦圏に対する農業開発，木浦圏および麗順圏に対する漁業開発，麗順圏に対する工業開発を同時に遂行（同時開発戦略）

II案：麗順圏に対する工業開発を集中的に支援（新興工業優先開発戦略）

III案：光州圏および木浦圏を中心とする農業開発（農業優先開発戦略）

IV案：木浦圏および麗順圏に対する漁業開発（漁業優先開発戦略）

V案：全地域に対して，工業基盤を構築（工業基盤造成戦略）

地域当局が当面している問題は，このような5つの政策案のなかで何の政策を選択するかである。それは，上記の5つの代替案を評価し，その中で1番高い効用を与える政策を選択することにほかならない。

地域当局は，意志決定専門家の助言にしたがって，この問題を集団による多属性効用分析法を使って解決することにした。

そのため，まず，各々の圏域における各産業の利益を代表する住民9人と，地域当局の責任者1人，合わせて10人からなる意志決定集団が構成された。

さらに，代替案を評価する指標として次のように4つの属性が決定された。

表1 属性および各代替案の属性値

圏域	属性	CODE (w_j)	代替案の属性値(i) Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	1988 値
光州	農業機械化率	KA(1)	2.5	1.5	4.0	1.5	1.5	1.08
	動力漁船数	KF(2)	2.5	1.3	1.3	1.3	1.3	1.05
	在来工業雇用効果	KT(3)	5.5	3.5	3.5	3.5	6.0	2.5
	新興工業雇用効果	KN(4)	15.0	12.0	12.0	12.0	17.0	10.2
木浦	農業機械化率	MA(5)	2.5	1.7	4.0	1.7	1.7	1.51
	動力漁船数	MF(6)	3.0	1.8	1.8	5.0	1.8	1.22
	在来工業雇用効果	MT(7)	5.0	2.5	2.5	2.5	6.0	2.0
	新興工業雇用効果	MN(8)	5.0	2.0	2.0	2.0	6.0	1.1
麗順	農業機械化率	YA(9)	2.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.1
	動力漁船数	YF(10)	3.3	2.0	2.0	5.0	2.0	1.6
	在来工業雇用効果	YT(11)	5.5	7.0	3.5	3.5	7.0	3.0
	新興工業雇用効果	YN(12)	11.0	13.0	9.5	9.5	11.0	9.0

農業開発　：(農家当り) 農業機械化率 (A)

漁業開発　：(漁家当り) 動力漁船数 (F)

工業開発

在来工業：(人口1000人当り) 雇用効果 (T)

新興工業：(人口1000人当り) 雇用効果 (N)

これらの属性は各圏域別に当たるので，全体属性の数は12個となる。

12個の属性に対する各代替案別の属性値は表(1)に表されている。

多属性効用分析にしたがって，まず，4つの単一属性についての効用関数が同定された(同じ属性に対する効用関数の圏域ごとの差はないと仮定)。

この過程で，参加集団による合意に到達することができた。同定された単一属性効用関数値は表(2)に表されている。

その次は，トレード・オフ実験によるスケール定数Kを決定する段階である。しかし，この過程で，個々の意志決定者は，自分が属している圏域および産業の重要性を過大評価し，また自分と関係が少ない属性に対しては，情報の不十

分さ等によって，客観的な評価を下すことができなかった。数回の調整過程を経て達した合意点は次のことに留まった。

1)　個々の圏域における各属性の優先順位は

光州圏：新興工業≻在来工業≻農業≻漁業 $(w_4 > w_3 > w_1 > w_2)$

木浦圏：在来工業≻農業≻漁業 $(w_7 > w_5 > w_6)$

麗順圏：新興工業≻漁業≻農業 $(w_{12} > w_{10} > w_9)$

とする。

2)　全体圏域の優先順位は，光州圏≿麗順圏≿木浦圏で，その重要度の相対比は人口比にしたがうことにする。

$$(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) \succsim (w_9 + w_{10} + w_{11} + w_{12}) \succsim (w_5 + w_6 + w_7 + w_8)$$

3)　産業の圏域間優先順位は，新興工業に限って，

麗順圏の新興工業≻光州圏の新興工業の順とする $(w_{12} > w_4)$。

このような各属性に関する情報だけを用いて，トレード・オフ法を適用するのは困難なことである。そのため，以下では，トレード・オフ実験の代替的な方法として上で述べたエントロピー最大化モデルを適用して重み計数を求める方法を試みる。

2　モデルの定式化

ここでは3段階に分けて重み係数を求めてみよう。まず，第1段階においては，上述した式(11)—(14)で構成されたエントロピー最大化モデルをそのまま利用して重み係数を求める。この段階では，前にも述べたように各代替案に対する意志決定者の選好判断を前提にしている。しかし，この論文で私が焦点を合わせてきたのは，代替案に対する事前的な選好判断を用いずに，属性に関する情報のみに基づいて重み係数を評価することである。これについては，第2段階および第3段階で行う。第2段階は，すでに述べた意志決定者の間に合議された情報に基づき重み係数を推計する。また第3段階においては，第2段階の結果を参考しながら変更ないし追加した情報に基づき重み係数を求める。

表2 同等な重み係数下の単一属性効用値

	単一属性効用値												総効用値
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
I	0.65	0.53	0.51	0.62	0.58	0.57	0.44	0.3	0.65	0.6	0.61	0.72	.565
II	0.4	0.38	0.47	0.62	0.43	0.39	0.44	0.3	0.4	0.47	0.68	0.82	.483
III	0.74	0.38	0.47	0.62	0.74	0.39	0.44	0.3	0.4	0.47	0.47	0.62	.503
IV	0.4	0.38	0.47	0.62	0.43	0.64	0.44	0.3	0.4	0.67	0.47	0.62	.487
V	0.4	0.38	0.63	0.95	0.43	0.41	0.63	0.58	0.4	0.47	0.68	0.72	.557

さて，この際，利用されたＧＩＮＯ（[10]）というコンピュータ・プログラムである。ＧＩＮＯは，非線形モデルの解や最適解を求める会話形ソフトウェアとして，汎用機からミニコンそしてパソコンで，利用できるものであるが，本稿での計算は主にパソコンによるものである。

以下では各段階について述べる。

表2は，単一属性効用値に同等な重み計数，すなわち，$w_j=1/12$, $j=1, \ldots 12$, を付けたものである。表2でみられるように，同等ま重み係数下で最も高い多属性効用値をもたらすのは代替案Ｉ，すなわち，同等開発戦略である。その次は，代替案Ｖの工業基盤造成戦略，代替案IIIの農業優先戦略，代替案IVの漁業優先開発戦略，代替案IIの新興工業優先開発戦略の順となる。

それで次は，第1段階として，上記のエントロピー最大化モデルの制約式(12)において $\varDelta=0$ に置き，代替案の効用値と i, $i=2, 3, 4, 5$, 番目の代替案の効用値が等しくなるような，重み計数ベクトルを求めることにしよう。

そのモデルをＧＩＮＯを利用して計算した結果は表3に表している。

そのモデルからは，各々の代替案の総効用が代替案のそれと等しくなるためには，どの属性の重み係数を高めるべきかということや求められた各々重み係数に対応する最適代替案についての情報が得られる。たとえば，表3にみられるように，代替案，すなわち，新興工業開発戦略，の総効用が代替案のそれと等しくなるためには，属性12，すなわち麗水圏の新興工業開発という属性の重

表3　等効用における重み係数

属性	代	替	案	
1	0.018462	0.14594	0.013226	0.078978
2	0.037628	0.04801	0.031219	0.080721
3	0.08234	0.079955	0.080073	0.085624
4	0.010947	0.096193	0.112776	0.089643
5	0.037625	0.201887	0.031218	0.080721
6	0.030389	0.041801	0.205363	0.080543
7	0.010947	0.0962	0.112779	0.086943
8	0.10947	0.096198	0.112779	0.088669
9	0.018463	0.030227	0.013261	0.078978
10	0.043385	0.052699	0.205359	0.081075
11	0.180193	0.050314	0.03401	0.084694
12	0.223096	0.06056	0.047934	0.083409
最適* 代替案	V	I’III	V	I’V

*：対応する列の重み係数を最適重み係数として採択する時の最適代替案

みを高め，反対に各々の圏域における農業開発属性，すなわち，属性 1，4，9に対する重みを低くする必要があることがわかる。この重み係数を採択すると，最適代替案は代替案の工業基盤造成戦略となる。

表3に示された結果をみると，代替案が代替案と等しくなるような重み係数ベクトルを除いて，他の3つの場合の重み係数ベクトルにおいて，代替案Vが最適代替案となっている。すなわち，属性1と3，光州圏と木浦圏の農業開発に対する重みを高めると代替案Iと供に代替案IIIが最適となるが，その以外には，代替案Vが最適となるという情報が示されている。

ところが，意志決定者の間には，事前的に，各代替案に対する選好についていかなる合議もなかったため，表3の結果から最適重み係数を選ぶのは問題がある。ただ，その結果は，意志決定者に代替案と重み係数との関係についての情報提供の役割という意味をもつものとする。

第2段階において重み係数ベクトルは，意志決定者の間に1次的に合議された情報に基づき，次のようなモデルから求められる。

$$\min \quad \sum_{j=1}^{12} w_j \log w_j \tag{16}$$

subject to (17)

a) $w_4 - w_3 > 0$

$w_3 - w_1 > 0$

$w_1 - w_2 > 0$

b) $w_7 - w_5 > 0$

$w_5 - w_6 > 0$

c) $w_{12} - w_{11} > 0$

$w_{10} - w_9 > 0$

d) $w_1 + w_2 + w_3 + w_4 > 0.385$

$w_5 + w_6 + w_7 + w_8 > 0.29$

$w_9 + w_{10} + w_{11} + w_{12} > 0.325$

e) $w_4 - w_8 > 0$

$w_{12} - w_4 > 0$

f) $\sum_{j=1}^{12} w_j = 1$

g) $w_j \geqq 0,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ 12$

ここで，制約式 a), b), c) は各々の圏域における産業の優先順位であり，d) は全体圏域の優先順位である。但し，d) における右辺の定数は各圏の人口比率に基づいて計算されたものである。また，e) は新興工業における圏域別優先順位である。

このモデルの結果は表4の左側に表されている。表4の左側で注意したいことは，推計された重み計数ベクトルは，式(17)における条件 a), b), c) を満足しないようにみえるが，実際にそれらの条件はゼロに近いわずかな値でみたされていることである。

このモデルからの重み係数は，各々の圏域における産業間の重み係数の差を明視的に付与していない。

表4　第2段階および3段階モデルにおける重み係数

属性	第2段階モデル	第3段階モデル
1	0.096250	0.087424
2	0.096250	0.065568
3	0.096250	0.100873
4	0.096250	0.131135
5	0.072500	0.072256
6	0.072500	0.057805
7	0.072500	0.073232
8	0.072500	0.086707
9	0.076250	0.044997
10	0.076250	0.065815
11	0.076250	0.076496
12	0.096250	0.137962
最適*代替案	V	V

しかしながら，表4の左側には代替案Vが最良の代替案であることが示されている。この結果は第1段階で得られた結果をさらに確かめることである。

以上のような第2段階の結果から，意志決定者集団は，重みについて自分らのもっている情報をもっと具体的に示す必要性があるということに気が付くだろう。すなわち，式(17)における制約条件 a), b), c), e) のような序数的な選好順序は，もっと具体的な情報として表されることが要求される。

これに応じて，意志決定者集団は次のような事項に対する合議に到達したとしよう。

1)　個々の圏域における属性間の相対的な重要度を数値で評価

2)　新興工業における各圏域間の相対的な重要度を評価

ここで，1)についての合議は，圏域別に，各産業を代表する意志決定者の間の意見調整によって，また2)については，各圏域ごとに新興工業を代表する人と地域当局の代表者からなる小集団によって行うことができる。すなわち，全体意志決定集団は問題ごとに，さらに小集団に分割され，その小集団で行われ

た意見調整の結果を全体意志決定集団が認める形で，合議に達成することである。

このような追加情報に基づき構造化されたモデルは次である。

$$\min \sum_{j=1}^{12} w_j \log w_j \tag{18}$$

subject to (19)

a) $w_4 - 1.3\, w_3 > 0$

$w_4 - 1.5\, w_1 > 0$

$w_4 - 2.0\, w_2 > 0$

b) $w_8 - 1.2\, w_5 > 0$

$w_8 - 1.5\, w_6 > 0$

c) $w_{12} - 1.8\, w_{11} > 0$

$w_{11} - 1.7\, w_9 > 0$

d) $w_{12} - 1.05\, w_4 > 0$

e) $w_1 + w_2 + w_3 + w_4 > 0.385$

$w_5 + w_6 + w_7 + w_8 > 0.29$

$w_9 + w_{10} + w_{11} + w_{12} > 0.325$

f) $\sum_{j=1}^{12} w_j = 1$

g) $w_j \geqq 0,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ 12$

ＧＩＮＯで上記のモデルを解いた時に出力されたメッセージは付録に示されている。参考のために付録に表しているメッセージについて若干触れることにしよう。まず，“SOLUTION STATUS” 欄の “OPTIMAL TO TOLERANCES”（許容差内で最適）とは，得られた解の付近には，それより有意に優れた解がないことを示す。また，“DUAL CONDITIONS: SATISFIED”（双対条件を満たしている）とは最適性に関する Kuhn-Tucker 条件を既に満たしていることをしめす。次に，各変数に対応している “REDUCED COST” 欄は，大雑把に言うと，対応する行の変数を少しだけ可能解の範囲内で変更した

場合に目的関数値がどの程度改良されるかを表す一つの推測値である。また，次の“SLACK OR SURPLUS”欄は対応するモデルの不等式が厳密に満たされるかどうかを示す。このモデルでは，全ての不等式に対してゼロであるから，不等式制約がすべて活性化されていることを示している。なお，“PRICES”欄の数値は，対応する制約式の右辺定数を少し変化されたとき，目的関数が改良される度合を示す。これは，数学的にはラグランジュ乗数であり，経済的な意味としては，目的関数のタームで計った制約定数の機会費用をしめす（〔10〕p. 37)。このような情報に基づき，付録に示されている計算結果を解釈すると，それは最適性を保証していると言えよう。

さて，その解から重み係数だけを表4の右欄に表す。表4の右側の結果を吟味すると，1番高く評価された重みは，属性12，すなわち，麗順圏の新興工業開発であり，1番低く評価されたのは属性9である麗順圏の農業開発である。これは，圏域間のバランスを取っている結果であると評価されうる。また，表4の右側の結果は，各属性の重みの差を明示的に付与しており，全体的に意志決定者集団の意見を忠実に反映しているとおもわれる。さらに，地域の現状および地域当局が考えている開発方向からみても高い受容性をもっていると判断される。故に，第3段階で推計された重み係数ベクトルを最適重み係数として採択することにする。

さて，この重み係数ベクトル下においての最適代替案は代替案である。この結果は，前の第1，第2段階の分析から得られた結果とも一致したものである。

以上のような過程を経て，全南地域の開発方向についての政策代替案としてV案を採用できる。

V. おわりに

本稿では，部分情報ないし評価の多様性が存在する多属性効用分析において，トレード・オフ実験法の代替的な方法としてのエントロピー最大化モデルを用

いて，各属性の重み係数を求める方法を明らかにした。

周知のように，トレード・オフ実験法は，第1節で述べたような質問を用いて，意志決定者がもっている重みを直接に評価する方法である。これに対して，エントロピー最大化モデルは，属性の重みあるいは代替案に関する選好表現（それが序数的なものであれ，基数的なものであれ）に基づいて間接的に重み係数を推計する方法である。

本稿の事例分析を通じても明らかになったように，このモデルがもっている長所は，与えられる情報量に応じて重み係数を評価することができることである。

なお，事前に与えられた情報を，モデルから推計された結果を参考しつつ，容易に修正，追加および削除することによって，望ましい解を対話的にないし反復的に求めることができることである。それは，ＧＩＮＯを利用すると簡単にできることである。要するに，このモデルはコンピュータ支援によって容易に利用することができ，またその過程で評価者の選好を逐次附与することもできるものである。

本稿では，エントロピー最大化モデルを多属性効用分析におけるトレード・オフ実験法の代替案として位置づけたが，コンピュータ・プログラムの組み込み次第によっては，トレード・オフ実験法と補完的に利用されることも可能だろう。例えば，数個のサブ・システムに分割された多属性効用分析において，ある一部分のサブ・システムに対してはトレード・オフ実験法が適用できない場合，エントロピー最大化モデルを適用することによって，全体的な多属性効用関数の同定が可能になることも予想できる。さらに，一歩進んで，最近非常に進歩されつつある意志決定支援システム（ＤＳＳ）にも組み込まれることもできるだろう。

ところが，このモデルは式(2)のように，加法的な多属性効用関数を前提にして成り立っている。しかし，しばしば，非加法的に定式化される効用関数が，意志決定者の選好をより良く表す場合がある。この点に照らしてみると，エン

トロピー最大化モデルは多属性効用分析における局所的な適用性をもっているだけであるということになる。こういう点は，このモデルがもっている短所であって，さらに研究改良が要求されるところでもある。

付録：GINO による出力結果

MODEL:

1) $\mathrm{MIN}=W_1 * \mathrm{LOG}(W_1)+W_2 * \mathrm{LOG}(W_2)+W_3 * \mathrm{LOG}(W_3)+W_4 * \mathrm{LOG}(W_4)+W_5 * \mathrm{LOG}(W_5)+W_6 * \mathrm{LOG}(W_6)+W_7 * \mathrm{LOG}(W_7)+W_8 * \mathrm{LOG}(W_8)+w_9 * \mathrm{LOG}(W_9)+W_{10} * \mathrm{LOG}(W_{10})+w_{11} * \mathrm{LOG}(w_{11})+w_{12} * \mathrm{LOG}(w_{12})$:

2) $W_1-1.3 * W_3>0$:

3) $W_4-1.5 * W_1>0$:

4) $W_4-2.0 * W_2>0$:

5) $W_8-1.2 * W_5>0$:

6) $W_8-1.5 * W_6>0$:

7) $W_{12}-1.8 * W_{11}>0$:

8) $W_{11}-1.7 * W_9>0$:

9) $W_{12}-1.05 * W_4>0$:

10) $W_1+W_2+W_3+W_4>0.385$:

11) $W_5+W_6+W_7+W_8>0.29$:

12) $W_9+W_{10}+W_{11}+W_{12}>0.325$:

13) $W_1+W_2+W_3+W_4+W_5+W_6+W_7+W_8+W_9+W_{10}+W_{11}+W_{12}=1$:

14) $W_1>0$:

15) $W_2>0$:

16) $W_3>0$:

17) $W_4>0$:

18) $W_5>0$:

19) $W_6>0$:

20) $W_7>0$:

21) $W_8>0$:

22) $W_9>0$:

23) $W_{10}>0$:

24) $W_{11}>0$:

25) $W_{12}>0$:

END

SOLUTION STATUS : OPTIMAL TO TOLERANCES.
DUAL CONDITIONS : SATISFIED.
OBJECTIVE FUNCTION VALUE : -2.435853.

1)

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
W_1	.087424	.000000
W_2	.065568	.000000
W_3	.100873	.000000
W_4	.131135	.000000
W_5	.072256	.000000
W_6	.057805	.000000
W_7	.073232	−.000001
W_8	.086707	.000000
W_9	.044997	.000000
W_{10}	.065815	.000000
W_{11}	.076496	.000000
W_{12}	.137692	.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	PRICE
2)	.000000	−.179182
3)	.000000	−.250687
4)	.000000	−.331847
5)	.000000	−.011186
6)	.000000	−.157700
7)	.000000	−.040707
8)	.000000	−.223650
9)	.000000	−.697429
10)	.000000	−.659931
11)	.000000	−.106785
12)	.000000	.000000
13)	.000000	1.720834
14)	.087424	.000000
15)	.065568	.000000
16)	.100873	.000000
17)	.131135	.000000
18)	.072256	.000000
19)	.057805	.000000
20)	.073232	.000000

21)	.086707	.000000
22)	.044997	.000000
23)	.065815	.000000
24)	.076496	.000000
25)	.137692	.000000

参考文献

〔1〕 Barron, F. H. and C. P. Schmidt, "Sensitivity analsis of additive multiattribute value models" *Operations Research*, vol. 36, no. 1, 1988, pp. 122–127.

〔2〕 Barron, F. H. and C. P. Schmidt, "Entropy-based selection with multiple objectives" *Naval Research Logistics*, vol. 35, 1988, pp. 643–654.

〔3〕 Charnetski, J. R., "Multiple-attribute decision making with partial infor mation: The comparative hypervolume criterion" *Naval Research Logistics*, vol. 25, 1978, pp 279–288.

〔4〕 Dyer, J. S. and R. K. Sarin, "Measurable multiattibute value functions," *Operations Rsearch*, vol. 27, no. 4, 1979, pp. 810–822.

〔5〕 Keeney, R. L., "Multiplicative utility functions", *Operation Research* vol. 22, 1974, pp 22–34.

〔6〕 Keeney, R. L. and H. Raiffa, *Decision with Multiple Objectives, References and Value Tradeoffs*, John Wiley, New York, 1976.
(髙原康彦他監訳『多目標問題解決の理論と実例』企画センター1980年)

〔7〕 Kirkwood, C. W. and R. K. Sarin, "Ranking with partial information: A method and an application" *Operations Research*, vol. 33, no. 1985, pp. 38–48.

〔8〕 国沢清典, 『エントロピー・モデル』, 日科技連, 1979。

〔9〕 Lootsma, F. A., "Performance evalution of nonlinear optimization methods via multi-criteria decision analysis and via linear model analysis", in *Nonlinear Optimization*, ed. M. J. D. Powell, Academic Press, 1982.

〔10〕 Liebman, J., L. Lasdon, L. Schrage, and A. Warren, *Modeling and Optimation with GINO*, The Scientific Press, Calif, 1986.
(青沼龍雄, 新村秀一訳, 『GINOによるモデリングと最適化』, 共立出版社, 1989)

〔11〕 朴時炫, 『多属性効用分析の集団意志決定への拡張：ファジィ集団多属性効用関数の同定によって」, 『経済論叢』, 第149巻第1・2・3合併号, 1992。

〔12〕 Saaty, T. L., "Exploring the interface between hierarchies, multiple objectives and fuzzy sets", *FSS* vol. 1, 1978, pp. 57–68.

〔13〕 Seo, F. and M. Sakawa, "Fuzzy multiattribute utility analysis for colloctive choice", *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, vol. SMC–15, no. 1, 1985 pp. 45–53.

〔14〕 瀬尾芙巳子,『多目的評価と意志決定』, 日本評論社, 1984。

〔15〕 Stillwell, W. G., D. A. Seaver and W. Edwards, "A comparison of weight apprximation technics in multiattribute utility decision making", *Organizational Behavior and Human Performance*, vol. 28 pp. 62–77, 1981.